
MUESTREO ESTRATIFICADO

Estimador de Razón

Estimador de Regresión

TECNICAS DE MUESTREO II

Profesor: Ing. Celso Gonzales Ch. Mg.Sc

ESTIMADOR DE RAZON

Y_i : variable objetivo

X_i : variable auxiliar



ESTIMACION DE RAZÓN SEPARADA DEL TOTAL DE CADA ESTRATO

Estratos (h)	N_h	n_h	X_h	\bar{x}_h	\bar{y}_h	\hat{R}_h
1	N₁	n₁	X₁	\bar{x}_1	\bar{y}_1	\hat{R}_1
2	N₂	n₂	X₂	\bar{x}_2	\bar{y}_2	\hat{R}_2
.
.
.
L	N_L	n_L	X_L	\bar{x}_L	\bar{y}_L	\hat{R}_L

$$\hat{Y}_{RS} = \sum_h \frac{y_h}{x_h} X_h = \sum_h \frac{\bar{y}_h}{\bar{x}_h} X_h$$

Teorema

$$V(\hat{Y}_{RS}) = \sum_h \frac{N_h^2 (1 - f_h)}{n_h} (S_{Y_h}^2 + R_h^2 S_{x_h}^2 - 2R_h \rho_h S_{y_h} S_{x_h})$$

donde:

$$R_h = \frac{Y_h}{X_h}$$

$$\rho_h = \frac{\sum (Y_i - \bar{Y})(X_i - \bar{X})}{(N - 1) S_Y S_X}$$

ESTIMACION DE RAZON COMBINADA

$$\hat{Y}_{st} = \sum_h N_h \bar{y}_h$$

$$\hat{X}_{st} = \sum_h N_h \bar{x}_h$$

La estimación combinada:

$$\hat{Y}_{RC} = \frac{\hat{Y}_{st}}{\hat{X}_{st}} X$$

Teorema

$$V(\hat{Y}_{RC}) = \sum_h \frac{N_h^2 (1 - f_h)}{n_h} (S_{Y_h}^2 + R_h^2 S_{x_h}^2 - 2R_h \rho_h S_{y_h} S_{x_h})$$

ESTIMADOR DE REGRESION SEPARADO

$$\bar{y}_{REG_S} = \sum_h W_h \bar{y}_{REG_h}$$

$$\bar{y}_{REG_h} = \bar{y}_h + b_h (\bar{X}_h - \bar{x}_h)$$

VARIANZA DE LA ESTIMACION DE REGRESION POR SEPARADO

$$V(\hat{Y}_{REG_S}) = \sum_h \frac{W_h^2 (1 - f_h)}{n_h} (S_{Y_h}^2 + b_h^2 S_{x_h}^2 - 2b_h S_{xy_h})$$

ESTIMADOR DE REGRESION COMBINADO

$$\bar{y}_{REG_c} = \bar{y}_{st} + b(\bar{X} - \bar{x}_{st})$$

$$\bar{y}_{st} = \sum_h W_h \bar{y}_h$$

$$\bar{x}_{st} = \sum_h W_h \bar{x}_h$$

VARIANZA DE LA ESTIMACION DE REGRESION COMBINADO

$$V(\hat{Y}_{REG_c}) = \sum_h \frac{W_h^2 (1 - f_h)}{n_h} (S_{Y_h}^2 + b^2 S_{x_h}^2 - 2b S_{xy_h})$$

EJEMPLO 1

Para estimar el grado medio de implantación de un determinado cultivo en una región se obtuvo una muestra de 100 unidades agropecuarias (UA) para la que se midió la superficie dedicada al cultivo en estudio (Y) y su superficie total (X). Dada la estructura de las UA se consideró convenientemente realizar una estratificación según la variable superficie total de las UA. Se consideraron dos estratos relativos a UA de superficie total superior a 1 Ha. y a UA de superficie total menor o igual que una Ha. obteniéndose los datos que se presenta en la tabla adjunta.

Estratos	Superficie de las UA	Nh	$\hat{S}_{x_h}^2$	$\hat{S}_{y_h}^2$	$\hat{\rho}_{xy_h}$	\bar{x}_h	\bar{y}_h	n_h
1	menor o igual 1 Ha.	1580	2055	312	0.62	82.5	19.4	70
2	mayor de 1 Ha.	430	7357	922	0.3	244.8	51.6	30
			7659	620	0.67			

Se pide hallar la media, error estándar y el coeficiente de variación utilizando el estimador combinado en regresión

EJEMPLO 2

Se quiere determinar el volumen total de madera en una superficie de 500 ha(hectáreas) dividida en dos estratos (300 ha dividida en 300 fajas en el primer estrato y 200 ha dividida en 200 fajas en el segundo estrato). Para ello se seleccionó muestras de 10 fajas en cada estrato donde se registró el volumen de madera. Los datos registrados fueron:

Estrato I	Superficie faja(ha)	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	1	0.8	0.5	0.3	0.2
	Volumen(m ³)	78.9	114.8	124.7	156.1	149	198	150	112	59	21.8
Estrato II	Superficie faja(ha)	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.8	1.7	1.5	1.2	1
	Volumen(m ³)	90.5	130.5	146	156	169.5	200.6	183.4	158.6	96.1	82.9

Además se tiene información en cada estrato de la regresión del volumen de madera (y) en relación al área de la faja (x):

Regression Analysis: y1 versus x1

The regression equation is

$$y1 = - 1.5 + 203 x1$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-1.46	10.26	-0.14	0.890
x1	203.27	16.39	12.40	0.000

S = 12.22 R-Sq = 95.1% R-Sq(adj) = 94.4%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	22972	22972	153.79	0.000
Residual Error	8	1195	149		
Total	9	24167			

Regression Analysis: y2 versus x2

The regression equation is

$$y2 = - 85.4 + 160 x2$$

Predictor	Coef	SE Coef	T	P
Constant	-85.40	16.54	-5.16	0.001
x2	159.73	11.49	13.90	0.000

S = 8.569 R-Sq = 96.0% R-Sq(adj) = 95.5%

Analysis of Variance

Source	DF	SS	MS	F	P
Regression	1	14185	14185	193.20	0.000
Residual Error	8	587	73		
Total	9	14772			

-
- a. **Para Estimar el volumen total de madera en la superficie de 500 ha, utilizaría un estimador de razón o de regresión? (justifique su respuesta)**
 - b. **Con el estimador que consideró en a) estime el volumen total de madera en la superficie de 500 ha, con el método separado y su error estándar**